



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Přírodní vědy aktivně a interaktivně

Elektronický materiál byl vytvořen v rámci projektu OP VK CZ.1.07/1.1.24/01.0040

Zvyšování kvality vzdělávání v Moravskoslezském kraji
Střední průmyslová škola stavební, Havířov, příspěvková organizace

Název EM	Exponenciální a logaritmické funkce a rovnice - opakování
Název sady EM	BUL_MAT_07
Vzdělávací obor	Matematika
Vzdělávací oblast	Člověk a příroda, Informační a komunikační technologie
Autor	Mgr. Iveta Bulavová
Ročník	2. (Pozemní stavitelství)
Anotace	Materiál je vytvořen jako čtvrtletní písemná práce z matematiky. Součástí je také řešení příkladů včetně obrázků grafů exponenciální a logaritmické funkce, které byly vytvořeny pomocí programu Derive.

2. čtvrtletní písemná práce 2. ročník - řešení sk. A

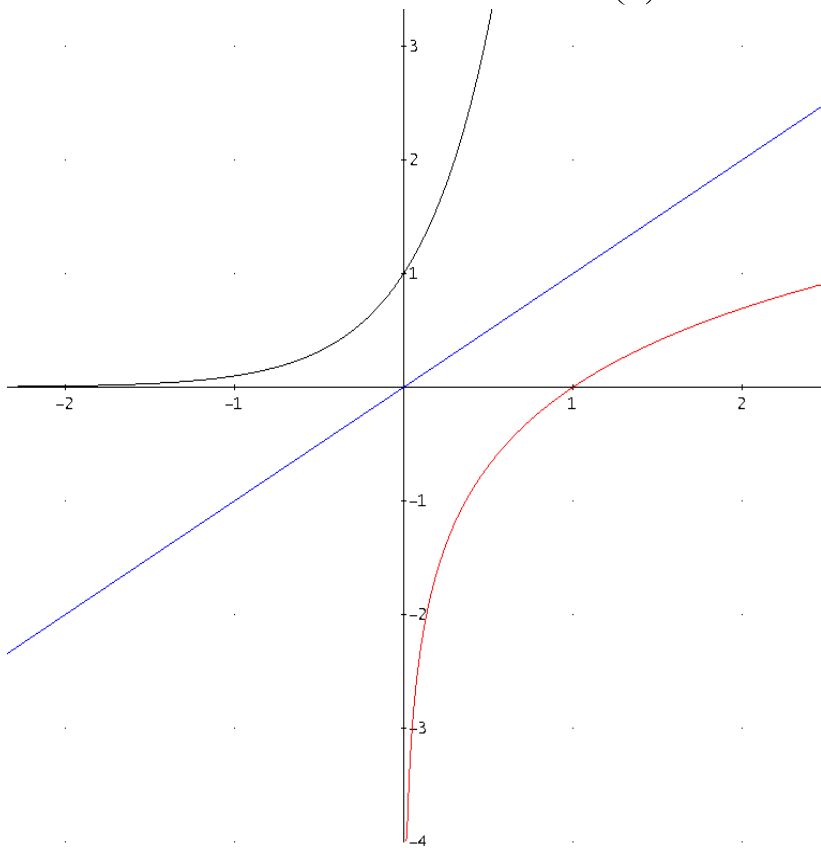
1) Doplň tabulku hodnot funkce $y = \left(\frac{7}{4}\right)^x$

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{16}{49}$	$\frac{4}{7}$	1	$\frac{7}{4}$	$\frac{49}{16}$
y	0,33	0,57	1	1,75	3,06

2) Sestroj graf funkce $y = \left(\frac{7}{4}\right)^x$

3) Sestroj graf inverzní funkce k funkci $y = \left(\frac{7}{4}\right)^x$ (do stejného obrázku)

4) Napiš rovnici inverzní funkce k funkci $y = \left(\frac{7}{4}\right)^x$ $y = \log_{\frac{7}{4}} x$



sk. B

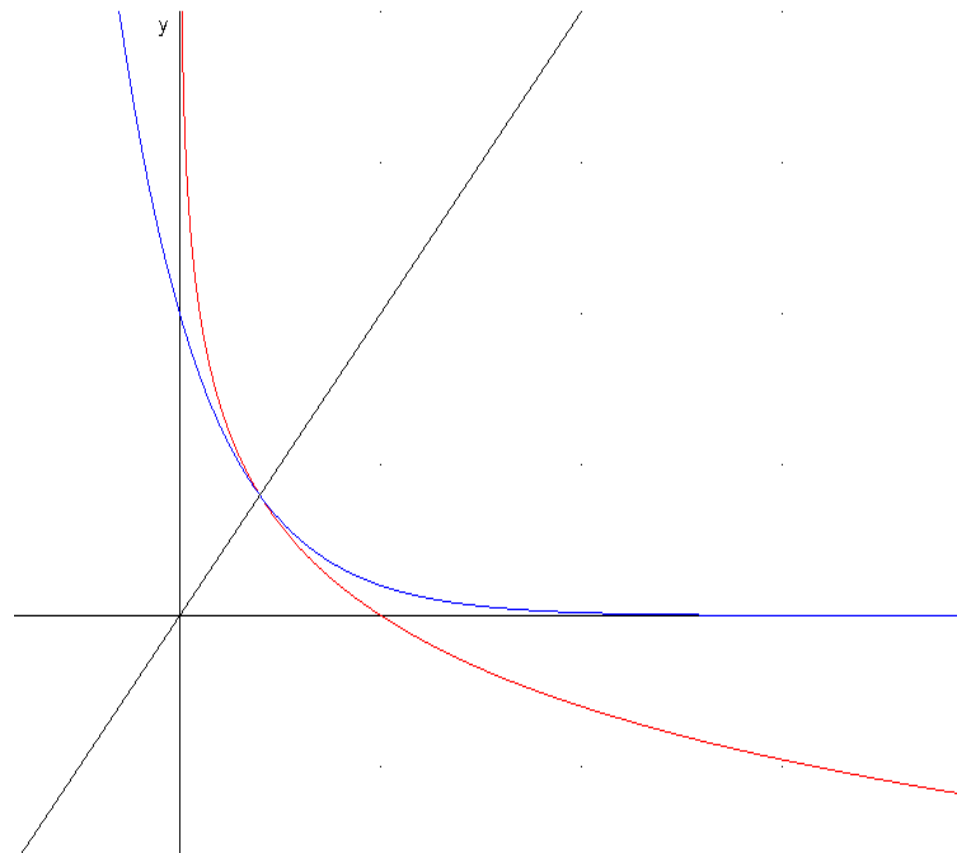
1) Doplň tabulku hodnot funkce $y = \left(\frac{3}{5}\right)^x$

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{25}{9}$	$\frac{5}{3}$	1	$\frac{3}{5}$	$\frac{9}{25}$
y	2,78	1,67	1	0,6	0,36

2) Sestroj graf funkce $y = \left(\frac{3}{5}\right)^x$

3) Sestroj graf inverzní funkce k funkci $y = \left(\frac{3}{5}\right)^x$ (do stejného obrázku)

4) Napiš rovnici inverzní funkce k funkci $y = \left(\frac{3}{5}\right)^x$ $y = \log_{\frac{3}{5}} x$



5) K daným funkcím urči rovnici funkce inverzní (nesestrojuj!):

$$\text{a) } y = \frac{3x - 2}{7}$$

$$x = \frac{3y - 2}{7}$$

$$7x = 3y - 2$$

$$7x + 2 = 3y$$

$$\frac{7x + 2}{3} = y$$

5) K daným funkcím urči rovnici funkce inverzní (nesestrojuj!):

$$\text{a) } y = \frac{1 + 5x}{4}$$

$$x = \frac{1 + 5y}{4}$$

$$4x = 1 + 5y$$

$$4x - 1 = 5y$$

$$\frac{4x - 1}{5} = y$$

K daným funkcím urči rovnici funkce inverzní (nesestrojuj!):

$$\text{b) } y = \frac{5x - 1}{2 + 3x}$$

$$x = \frac{5y - 1}{2 + 3y}$$

$$x(2 + 3y) = 5y - 1$$

$$2x + 3xy = 5y - 1$$

$$3xy - 5y = -2x - 1$$

$$y(3x - 5) = -2x - 1$$

$$y = \frac{-2x - 1}{3x - 5}$$

K daným funkcím urči rovnici funkce inverzní (nesestrojuj!):

$$\text{b) } y = \frac{3x - 2}{1 + 5x}$$

$$x = \frac{3y - 2}{1 + 5y}$$

$$x(1 + 5y) = 3y - 2$$

$$x + 5xy = 3y - 2$$

$$5xy - 3y = -x - 2$$

$$y(5x - 3) = -x - 2$$

$$y = \frac{-x - 2}{5x - 3}$$

6) Urči číslo x, je-li dán logaritmus:

$$\text{a) } \log_a \frac{1}{27} = -3$$

$$a^{-3} = \frac{1}{27}$$

$$\frac{1}{a^3} = \frac{1}{27}$$

$$27 = a^3$$

$$a = 3$$

$$\text{b) } \log_{\frac{1}{4}} x = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = x$$

$$0,5 = x$$

6) Urči číslo x, je-li dán logaritmus:

$$\text{b) } \log_a \frac{1}{81} = 4$$

$$a^4 = \frac{1}{81}$$

$$a = \pm \sqrt[4]{\frac{1}{81}}$$

$$a = \pm \frac{1}{3}$$

$$\text{a) } \log_{\frac{1}{4}} x = -\frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} = x$$

$$2 = x$$

7) Zjednoduš (uprav mocniny):

$$5 \log a + \frac{1}{3} \log b - 2 \log 3 = \log a^5 + \log b^{\frac{1}{3}} - \log 3^2 = \log \frac{a^5 b^{\frac{1}{3}}}{9}$$

$$2 \log a + 3 \log 5 - \frac{2}{3} \log b = \log a^2 + \log 5^3 - \log b^{\frac{2}{3}} = \log \frac{125a^2}{b^{\frac{2}{3}}}$$

8) Řeš rovnice:

a) $1000^x = 0,0001$

$$10^{3x} = 10^{-4}$$

$$3x = -4$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

Řeš rovnice:

a) $0,001^x = 10000$

$$10^{-3x} = 10^4$$

$$-3x = 4$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

Řeš rovnice

$$\text{b) } 1 = 8^{3x+7}$$

$$8^0 = 8^{3x+7}$$

$$0 = 3x + 7$$

$$-7 = 3x$$

$$-\frac{7}{3} = x$$

$$\text{c) } \frac{5 + \log x}{2 - \log x} = 4$$

$$5 + \log x = 4(2 - \log x)$$

$$5 + \log x = 8 - 4\log x$$

$$\log x + 4 \log x = 8 - 5$$

$$\log x + \log x^4 = 3$$

$$\log (x \cdot x^4) = 3$$

$$\log_{10} x^5 = 3$$

$$10^3 = x^5$$

$$\sqrt[5]{1000} = x$$

$$3,98 = x$$

Řeš rovnice

$$\text{b) } 7^{8x-3} = 1$$

$$7^{8x-3} = 7^0$$

$$8x - 3 = 0$$

$$8x = 3$$

$$x = \frac{3}{8}$$

$$\text{c) } \frac{6 + \log x}{5 - \log x} = 2$$

$$6 + \log x = 2(5 - \log x)$$

$$6 + \log x = 10 - 2\log x$$

$$\log x + 2 \log x = 10 - 6$$

$$\log x + \log x^2 = 4$$

$$\log (x \cdot x^2) = 4$$

$$\log_{10} x^3 = 4$$

$$10^4 = x^3$$

$$\sqrt[3]{10000} = x$$

$$21,54 = x$$

Řeš rovnice

$$\text{e) } \log(4x + 7) - 1 = \log(2x - 4)$$

$$\log(4x + 7) - \log(2x - 4) = 1$$

$$\log \frac{4x+7}{2x-4} = 1$$

$$10^1 = \frac{4x+7}{2x-4}$$

$$10(2x - 4) = 4x + 7$$

$$20x - 40 = 4x + 7$$

$$16x = 47$$

$$x = \frac{47}{16}$$

$$x = 2,94$$

$$\text{d) } \log(7x + 3) = 1 + \log(3x - 4)$$

$$\log(7x + 3) - \log(3x - 4) = 1$$

$$\log \frac{7x+3}{3x-4} = 1$$

$$10^1 = \frac{7x+3}{3x-4}$$

$$10(3x - 4) = 7x + 3$$

$$30x - 40 = 7x + 3$$

$$23x = 43$$

$$x = \frac{43}{23}$$

$$x = 1,87$$

Řeš rovnice

$$\text{d) } 2\log x = \log (24 - 2x^2)$$

$$\log x^2 = \log (24 - 2x^2)$$

$$x^2 = 24 - 2x^2$$

$$3x^2 = 24$$

$$x^2 = 8$$

$$x = \pm\sqrt{8}$$

$$x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\text{e) } \log (54 - x^2) = 2 \log x$$

$$\log (54 - x^2) = \log x^2$$

$$54 - x^2 = x^2$$

$$54 = 2x^2$$

$$27 = x^2$$

$$\pm\sqrt{27} = x$$

$$\pm 3\sqrt{3} = x$$

Řeš rovnice

$$f) 2 \log \sqrt{x} - 2 \log x^3 = \log 5x - \frac{5}{3} \log \sqrt[5]{x^3}$$

$$\log(\sqrt{x})^2 - \log (x^3)^2 = \log 5x - \log\left(\sqrt[5]{x^3}\right)^{\frac{5}{3}}$$

$$\log(x^{\frac{1}{2}})^2 - \log x^6 = \log 5x - \log\left(x^{\frac{3}{5}}\right)^{\frac{5}{3}}$$

$$\log x - \log x^6 = \log 5x - \log x$$

$$\log \frac{x}{x^6} = \log \frac{5x}{x}$$

$$\frac{x}{x^6} = \frac{5x}{x}$$

$$x^{-5} = 5$$

$$x = 5^{-\frac{1}{5}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt[5]{5}}$$

$$x = 0,72$$

Řeš rovnice

$$f) 2 \log \sqrt{x} - 3 \log x^2 = \log 4x - \frac{3}{5} \log \sqrt[3]{x^5}$$

$$\log(\sqrt{x})^2 - \log (x^2)^3 = \log 4x - \log\left(\sqrt[3]{x^5}\right)^{\frac{3}{5}}$$

$$\log(x^{\frac{1}{2}})^2 - \log x^6 = \log 4x - \log\left(x^{\frac{5}{3}}\right)^{\frac{3}{5}}$$

$$\log x - \log x^6 = \log 4x - \log x$$

$$\log \frac{x}{x^6} = \log \frac{4x}{x}$$

$$\frac{x}{x^6} = \frac{4x}{x}$$

$$x^{-5} = 4$$

$$x = 4^{-\frac{1}{5}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt[5]{4}}$$

$$x = 0,76$$